

# 振り子を設置した台車の挙動分析と ベアリングを用いた実験モデルの提案

5年C組 柴田 凌輔

5年C組 鶴崎 桐梧

指導教員 藤野 智美

## 1. 要約

私たちは、台車上に設置した振り子を振らせたときの振り子と台車の挙動に興味を持ち、研究を行っている。運動量保存を用いた理論的な予想から、台車と振り子はその場で振動すると考えたが、作成した装置を用いて挙動を観測したところ、台車は振動しながら前進した。本研究では、実験装置の改良およびパーツにベアリングを用いた実験モデルについて提案する。

キーワード 振り子、台車、運動量、ベアリング、3Dプリンター

## 2. 研究の背景と目的

私たちは台車上に設置した振り子を振らせたときの振り子と台車の挙動に興味を持ち、運動量の保存から台車と振り子の間でやり取りされる運動量の考え方を用いて理論と実験の両面から考察したいと考えた。

た力は復元力となるため、振り子は振動する。この力の反作用 $F$ が台車にはたらくため、この $F$ も復元力となり、台車も振動する。振り子と台車の速度を $v, V$ とすると、初期値が静止状態であるから $v_0 = 0, V_0 = 0$ となる。運動量保存より、

$$mv_0 + MV_0 = mv + MV = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

①式より、台車の振動方向は振り子の振動方向と逆になることがわかる。

次に、振り子と台車の重心について考える。なお、 $x$ 軸方向の運動についてのみ注目する。すると、振り子の重心の $x$ 座標を $x_m$ 、台車の重心の $x$ 座標を $x_M$ 、振り子と台車の重心の $x$ 座標を $X_G$ とすると、重心の $x$ 座標は次のように表される。

$$X_G = \frac{mx_m + Mx_M}{m+M} \quad \dots \textcircled{2}$$

②の $X_G$ について、その速度を求めるために②の時間変化を考えると、

$$V_G = \frac{X_G}{t} = \frac{m \frac{x_m}{t} + M \frac{x_M}{t}}{m+M} = \frac{mv + MV}{m+M} \quad \dots \textcircled{3}$$

①、③より、③の右辺の分子が0となるため、 $V_G = 0$ となる。従って、振り子と台車の重心は、振り子が振れている間、初期位置の状態であることがわかる。よって、本実験

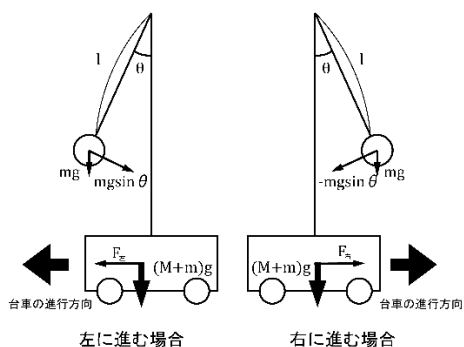


図1 装置1による実験のモデル図

## 3. 研究内容

### 3. 1 実験 I

#### 3. 1. 1 仮説の立案と実験

2で述べたように、運動量保存則から以下のように仮説を立てた。

重力加速度を $g$ 、振り子のおもりの質量を $m$ 、台車の質量を $M$ 、時刻を $t$ とする(図1)。おもりにはたらく重力 $mg$ と張力 $T$ を合成し

の仮説は以下の通りとなる。

<仮説>

振り子を振っても台車と振り子の重心の速度は0となるため、重心位置を変えずにその場で振動する。

そこで、ミニ四駆に竹串で支柱を立て、帆布と50gの重りを装着した簡易的な装置1を作成し、実際に実験を行ったところ、台車は振動しながら前進した。

### 3. 1. 2 装置の改良

前述した装置1には、以下の問題点が考えられた。

- ・重心が装置全体の中心にない。
- ・装置自体の質量が小さいため大きな運動を観測できない。
- ・正確なデータ取得ができない。

上記の問題点を解決するため、以下に記述する装置2を作成した。

### 3. 1. 3 装置2の作成

装置2は支柱を3Dプリンターで左右対称に作成し、力学台車の中心に配置することで振り子の支点が重心の真上になるようにした。また全体の大きさや質量も大きくし、おもりの質量も大きくした(図2)。



図2 装置2の3Dイメージ(左)と作成後の様子(右)

### 3. 1. 4 装置2を用いた実験

<実験方法>

1. 装置2の台車を手で固定し、糸がたるまないようにおもりを引き上げる。
2. 台車とおもりを同時に静かに離し、台車の挙動を観測する。

<実験結果>

台車はその場で左右に振動するのではなく、振動しながら少しずつ前進した。

<考察>

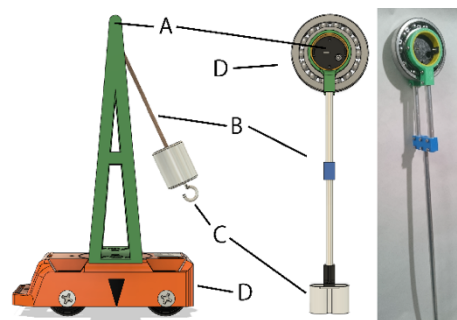
得られた結果は装置1の場合と同じようなもので、仮説とは異なった。その原因として装置2に関する以下の問題点を考察した。

1. 台車と振り子を同時に離せない。
2. 振り子の振れ角を大きくし過ぎると重心が移動して片方の車輪が浮き、倒れる。
3. 使用した力学台車に存在する4つのタイヤがそれぞれ摩耗していて、各タイヤの摩擦力が異なる。
4. 振り子の紐がねじれ、おもりが台車の進行方向以外にも振れてしまう。

考察の結果、上記の問題を解決するには構造の根本的な変更が必要だと考えた。

### 3. 2 実験II

#### 3. 2. 1 装置3の作成



A…振り子の支点,B…振り子の紐(棒),C…重り,D…ボディ(台車)

図3 装置2(左)と装置3(中央)の3Dモデルと装置3作成後の様子(右)

前述の問題点を解決するために装置の設計について根本的な変更を行った(図3)。装置3では台車の代わりにベアリングを使用し、紐は剛体の棒(アルミパイプ)を用い、下部におもりを設置して振り子とした。

### 3. 2. 2 ベアリングの活用

装置3に用いるベアリングは金属製のリングを内外部に持ち、間に球を複数個配置することでこの2つのリング間に生じる摩擦力を少なくするための器具である。装置3ではベアリングが台車の車体(ボディ)に相当し、振り子の力を受けた場合に本体が回転するのを防ぐために用いた。また、一方向にしか軸が回らないため、振り子がボディの進行方向にしか振れない。

### 3. 2. 3 装置2からの改良点

装置2から3への改良点をまとめると以下ようになる。

1. 剛体振り子を用いることでおもりを動かすだけでボディをつり合いの位置に移動でき、おもりを離すと同時にボディも自由な状態になる。
2. 振り子の支点とボディの重心を全く同じ位置に配置することで転倒を防ぎ、様々な振り角を得られるようにする。
3. ベアリング自体を台車の代わりとすることでタイヤの数を4つから1つにでき、摩擦力の統一化を図る。
4. 振り子の支点にベアリングを用いることにより、振り子を一方向に振らす。
5. 2と同じように振り子の支点とボディの重心を全く同じ位置に配置することで、ボディの重心のズレによる実験誤差を減少させる。

### 3. 2. 4 センサによる位置情報の取得

3.2.3の5で述べたように、装置3では振り子の支点とボディの重心が全く同じ位置にある。そこで、その位置にセンサ(小型無線多機能センサ:TSND121)を設置すれば、ボディの位相と振り子の重りの位相を計測できると考え、位置センサを設置するための器具を作成した。



図4 位置センサと  
アタッチメントのイメージ

### 3. 2. 5 装置3の各部紹介

ここでは装置3の各部について詳しく説明する。なお名称の右側に記載している色はそのパーツの色を表している。

#### 1. ボールベアリング

3.2.2でも紹介したように、装置3にはボールベアリングを使用している。装置全体の動きを見やすいものにするためベアリング自体も大



図5 使用したベアリング

きく、重たいものを使用した。また、3.2.4のような位置センサを内部に仕込めるような内径を持つ点にも留意した。

<ベアリングの仕様>

深溝軸受ボールベアリング(NTN製)

外径:120mm, 内径:65mm, 幅:21mm

#### 2. アルミパイプ

装置全体の動きを大きくするということは、振り子の棒部分は長くなり、おもりの質

量はより大きいものとなる。そのため、力がかかってもあまりしならず、かつ長いものが必要である。これらを考慮し、アルミパイプを使用した。また、使用しているボルト、ナットを組み合わせたとき一本で挟める幅が最大 19mm であったため、使用したアルミパイプも 3D プリンターで作成したパーツも含めて止められるサイズを使用した。なお、装置 3 を傾けたとき、鉛直方向と棒の成す角が 60 度になったときにレールの下側に当たるように長さを調節した。

<アルミパイプの仕様>

φ13mm, 厚さ 1mm

### 3. シャフト(黄)

1 のボールベアリングの内径(65mm)に合うパイプを手に入れられなかったため、3D



プリンターで作成した。内部に位置センサを設置できるほどの内径を保ちつつ、最大の厚さに設計した。なお積層方向に裂くように力が加わってしまうため、積層ピッチを細かくしている。素材には、耐衝撃性と強度を考え、ABS 樹脂を使用した。

<シャフトの仕様>

UP!Plus 製, スライサ:UpStudio

ABS 樹脂(黄), 密度:13%, 品質:ノーマル  
積層ピッチ:0.1mm

### 4. アーム(緑)

3 のシャフトを抱えるようにアルミパイプと接続している。積層型 3D プリンターは縦の円の作成を苦手としている。そのため密度が低かったりノズルの移動速度が速かったりすると円が円よ



図7 作成したアーム

りも上に積層されていく樹脂の質量によって変形し、楕円になってしまう。そのためこのパーツは密度を高めを設定した。また、2 で前述したように、アルミパイプとアームの幅を含めて 19mm となるようにパイプがはまる穴と外郭との間は 3mm となるように設計した。

<アームの仕様>

Up!Plus 製, スライサ:UpStudio

ABS 樹脂(緑), 密度:65%, 品質:ノーマル  
積層ピッチ:0.2mm

### 5. バンドル(青)

ベアリングのアームからレールを避けるようにして下が



てくる 2 本のアルミパイプをまとめて 1 本のアルミパイプに接続している。このパーツは 3D プリンター製のもので一番負荷がかかるパーツであり強度が必要なので密度を高く設定している。また、パイプ用の穴の寸法はアームと同じ設計になっている。

図8 作成したバンドル

<バンドルの仕様>

Up!Plus 製, スライサ:UpStudio

ABS 樹脂(青), 密度:80%, 品質:ノーマル  
積層ピッチ:0.2mm

### 6. おもりケースアタッチメント(黄)

1 本にまとめられたアルミパイプの先端とおもりケースを接続している。2 カ所をボルト、ナットでしめる設計になっていて、穴の寸歩さえ合えば位

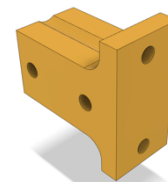


図9 アタッチメントのイメージ

置センサや追加のおもり等の設置も可能となっている。なお、パイプ用の穴の寸法はアームと同じ設計になっている。

<おもりケースアタッチメントの仕様>

Up!Plus 製, スライサ:UpStudio

ABS 樹脂(黄), 密度:13%, 品質:ノーマル  
積層ピッチ:0.2mm

#### 7. おもりケース(白)

ケース本体と内部には  
め込むおもり、ボルト、ナ  
ットを合わせて約 500g  
となるように設計してい



図 10 作成した  
おもりケース

る。内部には 200g、40g  
をそれぞれ 2 個ずつ入り、重心は全体の中心  
に来るように設計している。なお、おもり  
をはめ込むため穴を少し小さめに設計し後  
加工として紙やすりで削るために ABS 樹  
脂を使用した。

<おもりケースの仕様>

Up!Plus 製, スライサ:UpStudio

ABS 樹脂(白), 密度:13%, 品質:ノーマル  
積層ピッチ:0.2mm

#### 8. センサアタッチメント(黒)

3.2.4 で述べたように、  
センサをボディの重心に  
設置するため、円形に設計  
した。位置センサを器のよ



図 11 作成した  
アタッチメント

うなもので挟み込み、ボルト、ナットでしめたあと、  
そのアタッチメントごとシャフトに止める  
ように設計した。なお、挟み込む機構のため  
器の深さよりも位置センサの厚さの方が厚  
く、器自体が湾曲すると予測し、ねじ穴自体  
を円ではなく少しゆとりを持たせた。なお、  
形状から判断し、PLA 樹脂を使用した。

<センサアタッチメントの仕様>

Up!Plus 製, スライサ:UpStudio

PLA 樹脂(黒), 密度:13%, 品質:ノーマル  
積層ピッチ:0.2mm

#### 4. 今後の展望

前述した装置 3 を作成し、再度実験を行  
う。また、装置 3 は今までの装置との相違  
点である位置センサを使用して正確なデー  
タを取得する。

一方、剛体振り子としての理論構築が必  
要であるため、再度理論の組み立てを行う  
予定である。

#### 5. 参考文献

[1]「よくわかる初等力学」著:前野 昌弘  
東京書籍

[2]「KIT 物理ナビゲーション

単振り子:運動方程式」

<http://w3e.kanazawa->

[it.ac.jp/math/physics/category/mechanics/  
masspoint\\_mechanics/simple\\_pendulum/  
henkantex.cgi?target=/math/physics/cate  
gory/mechanics/masspoint\\_mechanics/si  
mple\\_pendulum/sp\\_equation\\_of\\_motion.  
html](http://it.ac.jp/math/physics/category/mechanics/masspoint_mechanics/simple_pendulum/henkantex.cgi?target=/math/physics/category/mechanics/masspoint_mechanics/simple_pendulum/sp_equation_of_motion.html)

[3]「3D プリンター活用技術検定 公式ガ  
イドブック」著:一般社団法人 コンピュー  
タ教育振興協会 日系 DP

[4]「キットで始める 3D プリンタ自作入  
門」著:吹田 智章 ラトルズ

#### 6. 謝辞

今回の研究を行うにあたり、顧問の藤野  
先生には多大なご指導を賜りました。

また、探究活動の助言をくださった米田先  
生にも様々なアドバイスをいただきました。  
深くお礼申し上げます。