

# 台車上の振り子の運動

4年A組 柴田 凌輔

4年C組 鶴崎 桐梧

指導教員 藤野 智美

## 1. 要約

私たちはある条件下で振動する振り子の挙動について興味を持った。台車に設置した振り子をつり合いの位置から離して振り子を揺らすと、台車が振り子の初速と逆向きに進み始め、振動しながら少しずつ前進することが分かり、考察を行なった。

キーワード 振り子, 台車, 運動量, 重心の運動

## 2. 研究の背景と目的

振動する振り子を設置した台車の運動に興味を持ち、挙動の分析と理論による考察を行うことを目的とした。

車と振り子の挙動について観測、撮影した。

<実験結果>

撮影した動画の一部を合成したところ、以下の図のように振り子の振動とともに、台車が右に向かって前進した(図2)。

## 3. 研究内容

### 3. 1 実験 台車と振り子の振動

以下の方法により、台車上に振り子を設置し、実験装置を作成した。

<実験装置>

- ① ミニ四駆の台車部分に竹串を三本固定し、振り子の支柱とした。
- ② 長さを調節した紐と 50g のおもりをつけ、台車上に振り子を設置した(図1)。

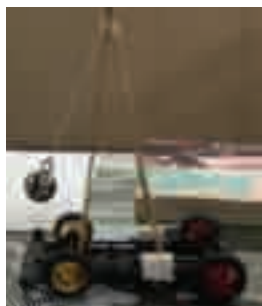


図1

<実験方法>

前述した実験装置において、おもりを任意の位置から離して振り子を振動させ、台



図2

<考察>

実験1の結果より、振り子の振動に伴い、台車も振動しながら少しずつ車体が前進することが分かった。車体が移動した原因として、実験器具を動かす際、おもりと台車を両方手で持ち同時に離していたため誤差が生じたと予想した。そこで、そのような要因に左右されない状態での台車の挙動を確認するために、運動量の概念を用いて台車の挙動を理論的に考察した。

### 3. 2 運動量を用いた挙動の予想

台車の模式図を図 3 のように書き換える。車体を前進させる要因として、振り子の張力と重力を合わせた合力の反作用により台車が動いているという仮説を立てた(図 3)。



図 3

重力加速度を $g$ 、振り子のおもりの質量を $m$ 、台車の質量を $M$ 、時刻を $t$ とする。おもりにはたらく重力 $mg$ と張力 $T$ を合成した力を $F$ とおくと、 $F$ は復元力となるため、振り子は振動する。この $F$ の反作用が台車にはたらくため、この反作用も復元力となり、台車も振動する。振り子と台車の速度を $v, V$ とすると、運動量保存則より、

$$0 = mv + MV \quad \dots \textcircled{1}$$

①式より、台車の振動方向は振り子の振動方向と逆になることがわかる。

次に、振り子と台車の重心の運動について考える。振り子の重心の座標を $(x_m, 0)$ 、台車の重心の座標を $(x_M, 0)$ 、振り子と台車の重心の座標を $(X_G, Y_G)$ とすると、重心の座標は次のように表される。

$$X_G = \frac{mx_m + Mx_M}{m+M}, \quad Y_G = 0 \quad \dots \textcircled{2}$$

②の $X_G$ について、その速度を求めるために、②の時間変化を考えると、

$$v_G = \frac{X_G}{t} = \frac{m \frac{x_m}{t} + M \frac{x_M}{t}}{m+M} = \frac{mv + MV}{m+M} \quad \dots \textcircled{3}$$

②, ③より、③の右辺の分子が 0 となるため、 $v_G = 0$ となる。従って、振り子と台車の重心は静止していることがわかる。

### 4. 考察

3.2 の結果より、理論上は台車は前進せず、その場で振動すると予想され、図 2 で示した前進は誤差の影響である可能性が高い。原因として、振り子と台車から手を離すタイミングが同時ではないことが考えられる。また、振り子を支えている支柱が歪んでいる問題点も考えられ、図 3 のような装置が適していると考えられる。

### 5. 考察

上記の問題について検証するため、図 3 のような実験装置による追加実験を行うとともに、振り子が最下点になったタイミングで台車を動かし始めるなど、条件を変化させた場合についても考察したい。

### 6. 参考文献

[1] 「【Python 実践】微分方程式を scipy で解く！二重振り子の実践付き」

<https://www.sejuku.net/blog/74879>

[2] 「KIT 物理ナビゲーション 単振り子：運動方程式」 <http://w3e.kanazawa-it.ac.jp/math>

[/physics/category/mechanics/masspoint\\_mechanics/simple\\_pendulum/henkan-tex.cgi?target=/math/physics/category/mechanics/masspoint\\_mechanics/simple\\_pendulum/sp\\_equation\\_of\\_motion.html](/physics/category/mechanics/masspoint_mechanics/simple_pendulum/henkan-tex.cgi?target=/math/physics/category/mechanics/masspoint_mechanics/simple_pendulum/sp_equation_of_motion.html)

### 7. 謝辞

今回の研究を行うにあたり、指導教員の藤野先生には多大なご指導を賜りました。深くお礼申し上げます。